

# Un modello di simulazione per motori ad accensione comandata

(Equazioni utilizzate per la costruzione del simulatore)

## 1. Introduzione

La simulazione dei motori a combustione interna costituisce da molti anni un settore di ricerca molto importante.

Dai primi articoli in materia [9], sono state fatte molte innovazioni [3,17], risultando i simulatori ormai uno strumento molto potente di supporto alla progettazione e allo sviluppo dei motori, sia dal punto di vista delle prestazioni che delle emissioni.

Si riporta di seguito un modello di simulazione di un motore 4T ad accensione comandata monocilindrico ed anche i risultati ottenuti con lo stesso confrontati sia con i dati sperimentati, sia con quelli ottenuti da altri modelli [19].

Il modello in esame è di tipo mono-dimensionale per la simulazione dei condotti di aspirazione e scarico e quasi-dimensionale per la simulazione dei processi che avvengono all'interno del cilindro: il principale vantaggio di questo tipo di approccio è la rapidità di calcolo (dell'ordine dei minuti) associata comunque ad una buona accuratezza dei risultati.

Si ricorda che i modelli di simulazione tridimensionali, essendo sulla carta più accurati, hanno tempi di calcolo enormemente più lunghi (migliaia di volte) e, possono essere utilizzati non per la completa simulazione di un motore, ma laddove quelli mono-dimensionali non possono essere utilizzati (ad esempio per lo studio del flusso intorno alle valvole di aspirazione e scarico).

## 2. Cilindro

In questo paragrafo verranno spiegati i processi che avvengono all'intero del cilindro e tecniche di simulazione che si sono ritenute idonee per la sua trattazione.

Gli argomenti che si tratteranno sono:

- il sistema di equazioni differenziali necessario alla risoluzione del problema;
- Metodo per il calcolo delle proprietà termodinamiche della miscela e dei prodotti della combustione;
- Turbolenza all'interno del cilindro;
- Scambio termico tra il gas presente nel cilindro e le sue pareti;
- Combustione;
- Processo di accensione della miscela;
- Geometria della camera di combustione.

### 2.1 Termodinamica

Per risolvere il problema termodinamico in ambito zero-dimensionale le equazioni necessarie alla chiusura del problema sono:

Primo principio della Termodinamica;

Principio di conservazione della massa;

Legge dei gas perfetti.

Il modello termodinamico utilizzato è un modello a "due zone", quindi per ognuna di esse vengono applicate le suddette equazioni.

In più si considera un volume aggiuntivo costituito dagli interstizi presenti all'interno del cilindro che sono costituiti in maggioranza dal volume costituito tra cilindro, pistone e la prima fascia elastica.

Il primo principio della termodinamica diventa:

$$m_m \cdot \frac{dh_m}{dt} = V_m \cdot \frac{dP}{dt} - \frac{dQ_m}{dt} + (h_m - h_{cr}) \cdot \frac{dm_{mcr}}{dt} \quad (2.1)$$

Per la miscela, mentre per i prodotti della combustione:

$$m_b \cdot \frac{dh_b}{dt} = V_b \cdot \frac{dP}{dt} - \frac{dQ_b}{dt} + (h_m - h_b) \cdot \frac{dm_{mcr}}{dt} - (h_{cr} - h_b) \cdot \frac{dm_{bcr}}{dt} \quad (2.2)$$

per la conservazione della massa si hanno le seguenti relazioni:

$$\frac{dm_{cr}}{dt} = \frac{V_{cr}}{R_{cr} \cdot T_p} \cdot \frac{dP}{dt} = - \frac{dm}{dt} \quad (2.3)$$

per la massa totale che entra e esce dagli interstizi;

$$\frac{dm_{bcr}}{dt} = \frac{\beta}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{dm_{cr}}{dt} \quad (2.4)$$

per i prodotti della combustione e

$$\frac{dm_{mcr}}{dt} = \frac{2 \cdot \pi - \beta}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{dm_{cr}}{dt} \quad (2.5)$$

per la miscela.

Nelle ultime due relazioni si ipotizza che la frazione dei gas combustibili che entrano ed escono dal cilindro, dipendono, a partire dalla conoscenza della geometria della camera di combustione, dall'angolo al centro del pistone bagnato dal fronte di fiamma ( $\beta$ ).

In ultimo per ogni zona vale la legge dei gas perfetti:

$$P \cdot V_i = m_i \cdot R_i \cdot T_i. \quad (2.6)$$

Durante la fase di aspirazione e scarico, si ipotizza il cilindro costituito da un'unica zona e per la fase di incrocio delle valvole (lavaggio) il modello a miscelazione omogenea.

## 2.2 Proprietà termodinamiche della miscela e dei prodotti della combustione

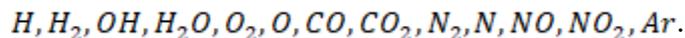
Per la risoluzione delle precedenti equazioni, è necessario conoscere le proprietà termodinamiche sia della miscela, che dei prodotti della combustione.

La miscela viene considerata essere a composizione costante, ovvero si ritiene che essa essenzialmente non vari durante tutto il ciclo (composizione congelata) e formata da:

$$C_n H_m O_r N_s + \frac{n + \frac{m}{4} - \frac{r}{2}}{(1 - Um) \cdot \varphi} \cdot \left( (1 - Um) \cdot \left( O_2 + \frac{78}{21} \cdot N_2 + \frac{1}{21} \cdot Ar \right) + Um \cdot H_2O \right) \quad (2.7)$$

Si terrà conto quindi anche dell'umidità presente nell'atmosfera.

Per i prodotti della combustione si è fatta l'ipotesi di equilibrio chimico e si è utilizzata una estensione del modello di Olikara-Bormann [6], tenendo conto però di 13 elementi, che sono:



## 2.3 Moto della carica nel cilindro

Il modello utilizzato è quello di Poulos-Heywood [3] in cui si ipotizza un modello in cascata per l'energia cinetica del gas presente nel cilindro:

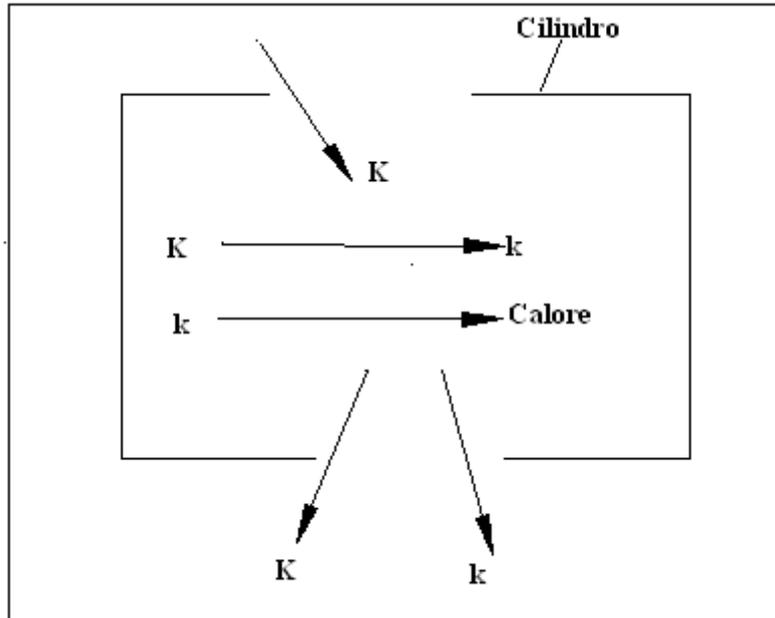


fig. 2.1 rappresentazione grafica del modello di turbolenza adottato

dal grafico in figura 2.1 si vede che l'energia cinetica entrante dalla valvola di aspirazione si converte parzialmente in energia cinetica turbolenta che a sua volta viene convertita in calore a causa della dissipazione viscosa.

L'equazione che governa il moto medio è

$$\frac{dK}{dt} = \frac{1}{2} \cdot \frac{dm_{in}}{dt} \cdot V_{in}^2 - P - \frac{K}{m_{cil}} \cdot \frac{dm_{ex}}{dt} \quad (2.8)$$

con

$$K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2: \quad \text{energia cinetica media}$$

$$P = 0.3307 \cdot c_{\beta} \cdot \left(\frac{K}{L}\right) \cdot \left(\frac{k}{m}\right)^{\frac{1}{2}}: \quad \text{termine relativo alla produzione di energia cinetica turbolenta}$$

$c_{\beta}$  è una costante di calibrazione con un valore attorno all'unità;

$$k = \frac{3}{2} \cdot m \cdot u'^2: \quad \text{energia cinetica turbolenta;}$$

$L = \min\left(\frac{4 \cdot V}{\pi \cdot B^2}, \frac{B}{2}\right)$  : è il valore della macroscale della turbolenza, ipotizzata essere uguale all'altezza istantanea del cilindro con la limitazione di non essere maggiore della metà dell'alesaggio.

Per quanto riguarda l'energia cinetica turbolenta si ha:

$$\frac{dk}{dt} = P - m \cdot \varepsilon - \frac{k}{m} \cdot \frac{dm}{dt} \quad (2.9)$$

con

$$\varepsilon = m \cdot \frac{u'^3}{L} \quad \text{tasso di dissipazione di energia cinetica turbolenta.}$$

Durante la combustione però, si fa l'ipotesi di turbolenza omogenea ed isotropa e che si conserva la quantità di moto angolare dei macrovortici.

All'inizio della combustione, i valori iniziali vengono comunque forniti dal modello di turbolenza sopra citato e le due grandezze di interesse vengono così calcolate:

$$L = L_s \cdot \left( \frac{\rho_{m_g}}{\rho_m} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.10)$$

$$u' = u'_s \cdot \left( \frac{\rho_m}{\rho_{m_g}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (2.11)$$

in cui i valori con il pedice 's' si riferiscono all'inizio della combustione.

Al termine della combustione, si ripristina il modello originario ossia le equazioni 2.8 e 2.9.

## 2.4 Scambio termico

Lo scambio di calore attraverso le pareti interne del cilindro, nei motori ad accensione comandata è dovuto essenzialmente alla convezione e può essere espresso nella seguente maniera:

$$\frac{dQ}{dt} = h_{conv} \cdot A_{wall} \cdot (T_g - T_{wall}). \quad (2.12)$$

Il coefficiente di convezione può essere calcolato a partire dalla conoscenza del numero di Nusselt:

$$Nu = a \cdot Re^b \cdot Pr^c \quad (2.13)$$

con  $Re = \frac{\rho \cdot V \cdot L}{\mu}$  numero di Reynolds e Pr numero di Prandtl; il coefficiente di convezione risulta quindi:

$$h = \frac{\lambda_{TH} \cdot Nu}{L}. \quad (2.14)$$

Per il calcolo del numero di Reynolds, il valore della velocità caratteristica è calcolato come segue:

$$V = \sqrt{U^2 + u'^2 + \left( \frac{1}{2} \cdot v_{pist} \right)^2} \quad (2.15)$$

mentre per la lunghezza caratteristica si utilizza la macroscale della turbolenza.

## 2.5 Combustione

Il modello di combustione utilizzato è quello di Blizard-Keck successivamente esteso da Tabackzynski[8]: si ritiene sia caratterizzata da due processi simultanei.

Il primo processo è rappresentato dall'inglobamento della miscela da parte del fronte di fiamma; la velocità di inglobamento è la somma della componente convettiva, l'intensità di turbolenza, e della componente diffusiva, la velocità laminare di combustione.

Il tasso di inglobamento è quindi:

$$\frac{dm_{en}}{dt} = \rho_m A_{en} \cdot (u' + v_{lam}) \quad (2.16)$$

in cui  $A_{en}$  è la superficie del fronte di inglobamento e  $v_{lam}$  è la velocità laminare di combustione così calcolata :

$$v_{lam} = v_{l0} \cdot \left(\frac{T_m}{T_n}\right)^{\alpha_\varphi} \cdot \left(\frac{p}{p_n}\right)^{\beta_\varphi} \cdot (4.706 \cdot f_r^2 - 4.062 \cdot f_r + 1) \quad (2.17)$$

con  $f_r$  è la frazione dei gas di scarico residui e gli altri coefficienti calcolati come [14,16] per differenti combustibili.

Il secondo processo è la combustione della miscela all'interno del fronte di fiamma. In esso si ritiene che la combustione sia governata dalla distanza dei micro-vortici della dimensione della scala di Taylor e con una velocità uguale alla velocità laminare di combustione.

Si può quindi definire un tempo caratteristico:

$$\tau = \frac{\lambda}{v_{lam}} \quad (2.18)$$

ed in base all'assunzione di turbolenza omogenea ed isotropa, la scala di Taylor è definita come:

$$\lambda = L \cdot \left(15 \cdot \frac{v}{u' \cdot L}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.19)$$

Il tasso di combustione risulta quindi:

$$\frac{dm_c}{dt} = \frac{m_{en} - m_b}{\tau} \quad (2.20)$$

## 2.6 Inizio combustione

L'equazioni differenziali riportate nel paragrafo 2.1 necessitano tutte di opportune condizioni iniziali e, in questo caso c'è bisogno di stimare i parametri termodinamici per iniziare il modello di combustione a due zone.

In questa sede non si è ritenuto indispensabile uno studio approfondito del processo di accensione della miscela, ma si riporta comunque un metodo per il calcolo delle suddette condizioni iniziali.

Per il calcolo della temperatura iniziale dei prodotti della combustione si ritiene che la temperatura adiabatica di fiamma a pressione costante sia un valore sufficientemente

ragionevole, mancano però i valori relativi alla massa iniziale dei prodotti della combustione e per la sua determinazione si procederà come segue:  
 in base a [3] si riporta una correlazione per il calcolo della tensione di Breakdown durante l'accensione:

$$V_{bd} = 2.6 \cdot 10^3 \cdot \rho_m \cdot d_{gap} \cdot \left(1 + \frac{1.3 \cdot 10^{-3}}{\rho_m \cdot d_{gap}}\right)^{0.5} \text{ KV} \quad (2.21)$$

mentre l'energia associata a tale fase è

$$E_{bd} = 0.5 \cdot c_{pl} \cdot V_{bd}^2 \quad (2.22)$$

$c_{pl}$  capacità della candela in Farad

a sua volta il raggio iniziale del fronte di fiamma è

$$r_{bd} = \left(\frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot \frac{3 \cdot E_{bd}}{\pi \cdot p}\right)^{\frac{1}{3}} + \frac{\rho_u}{\rho_h} \cdot v_{lam} \cdot t \quad (2.23)$$

con t il tempo di incubazione della combustione.

In base a [20] tale tempo viene stimato nella seguente maniera:

$$t = C_{delay} \cdot \tau_1 \quad (2.24)$$

con  $C_{delay}$  compreso tra 0.1 e 1. In questa sede si ritiene altrettanto valida l'ipotesi secondo cui la combustione inizi dopo 0.2ms che sia avvenuta l'accensione.

Con le ipotesi sopra fatte, tutte le condizioni iniziali sono state determinate ad eccezione della massa iniziale inglobata dal fronte di fiamma.

In base a [21] il raggio iniziale è uguale a

$$r_{en0} = r_{f10} + \lambda_0 \quad (2.25)$$

con  $\lambda_0$  scala di Taylor al momento dell'inizio della combustione.

## 2.7 Camera di combustione

Le camere di combustione implementate in questa sede sono quella a disco, con la possibilità di specificare la posizione della candela e quella emisferica con candela al centro.

La prima è quella riportata da Annand[12] mentre la seconda è stata implementata dall'autore.

## 3. Aspirazione e scarico

I fenomeni ondosi all'interno dei condotti di aspirazione e scarico ricoprono una fondamentale importanza per le prestazioni di un motore a combustione interna: per un motore a 2 tempi un sistema di scarico ben ottimizzato può aumentare anche del 100% le sue prestazioni.

Ne deriva quindi che una accurata modellizzazione di questi fenomeni risulta di notevole aiuto in fase di progettazione in quanto consente di testare innumerevoli configurazioni in modo da ottenere quella che più si addice al tipo di utilizzo del motore.

Per i modelli relativi ai condotti di aspirazione e scarico si è utilizzato uno schema mono-dimensionale al secondo ordine del tipo "Two Step Lax-Wendroff".

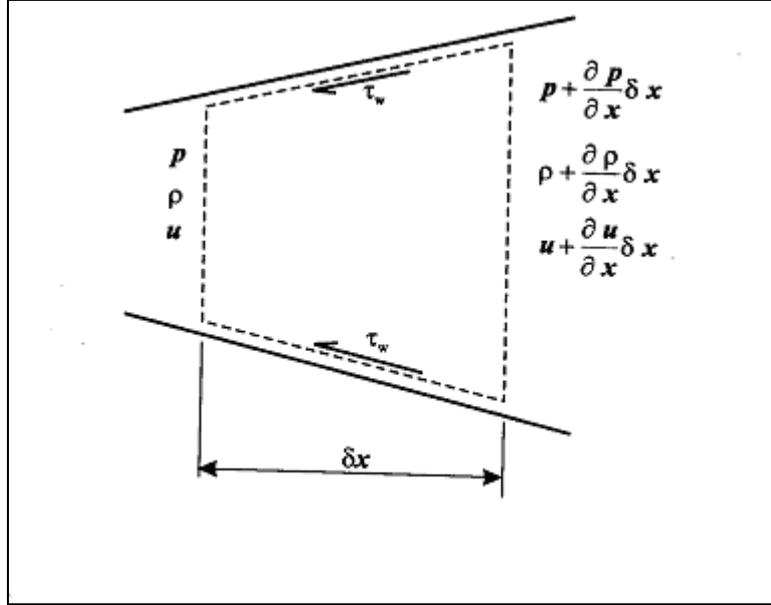


fig. 3.1 Volume di controllo per il flusso in un condotto

Di seguito si riportano le equazioni di questo metodo.

Il primo passo consiste nel calcolo dei valori:

$$W_{i+1/2}^{n+1/2} = \frac{1}{2} \cdot (W_{i+1}^n + W_i^n) - \frac{\Delta t}{2 \cdot \Delta x} \cdot (F_{i+1}^n - F_i^n) - \frac{\Delta t}{4} \cdot (C_{i+1}^n + C_i^n) \quad (3.1)$$

$$W_{i-1/2}^{n+1/2} = \frac{1}{2} \cdot (W_i^n + W_{i-1}^n) - \frac{\Delta t}{2 \cdot \Delta x} \cdot (F_i^n - F_{i-1}^n) - \frac{\Delta t}{4} \cdot (C_i^n + C_{i-1}^n) \quad (3.2)$$

mentre il secondo passo calcola il nuovi valori del vettore W all'istante n+1

$$W_i^{n+1} = W_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot (F_{i+1/2}^{n+1/2} - F_{i-1/2}^{n+1/2}) - \frac{\Delta t}{2} \cdot (C_{i+1/2}^{n+1/2} + C_{i-1/2}^{n+1/2}). \quad (3.3)$$

Le componenti dei vettori W,F,C non sono altro che le equazioni, di continuità, della conservazione della quantità di moto e di conservazione dell'energia:

$$W = \begin{bmatrix} \rho \cdot A \\ \rho \cdot u \cdot A \\ \rho \cdot \left( e + \frac{u^2}{2} \right) \cdot A \\ \rho \cdot Y \cdot A \end{bmatrix} \quad F(W) = \begin{bmatrix} \rho \cdot u \cdot A \\ (\rho \cdot u^2 + P) \cdot A \\ \rho \cdot u \cdot \left( h + \frac{u^2}{2} \right) \cdot A \\ \rho \cdot u \cdot Y \cdot A \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 \\ -P \cdot \frac{dA}{dx} + \rho \cdot G \cdot A \\ -\rho \cdot (q + q_{hr}) \cdot A \\ -\rho \cdot \dot{Y} \cdot A \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_{n-1} \end{bmatrix} \quad Y_n = 1 - \sum_{j=1}^{n-1} Y_j \quad (3.5)$$

Il quarto termine invece, è relativo al trasporto degli elementi che costituiscono la miscela e nel termine sorgente C è possibile specificare anche l'eventualità di reazioni chimiche all'interno di esse (come succede ad esempio nel catalizzatore). In questa sede il gas che

evolve all'interno dei condotti sarà formato soltanto da 2 elementi: miscela e prodotti della combustione e si ipotizza l'assenza di reazioni chimiche.

Tale metodo, "shock-capturing", ovvero in grado automaticamente di tener conto di eventuali fenomeni d'urto all'interno dei condotti, presenta forti oscillazioni in presenza di discontinuità, come salti di temperatura ecc., così che si rende necessaria l'adozione dei "Flux limiters", che hanno lo scopo di ridurre tali oscillazioni.

In questa sede si è utilizzato il TVD (Total Variation Diminishing), che riesce a eliminare quasi completamente tali fenomeni e se la sezione dei condotti non varia fortemente tale schema risulta sufficientemente accurato.

Nelle figure sottostanti sono riportati i risultati dello "Shock tube" con e senza TVD.

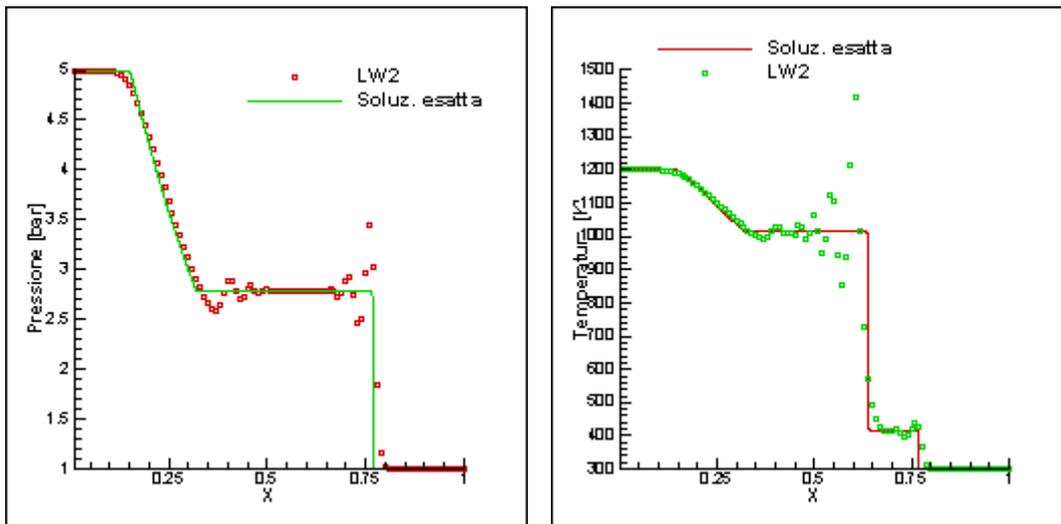


fig. 3.2a e3.2b Confronto tra la soluzione esatta e il risultato ottenuto con il metodo 'Two Step Lax-Wendroff per l'andamento della pressione e la temperatura lungo il condotto.

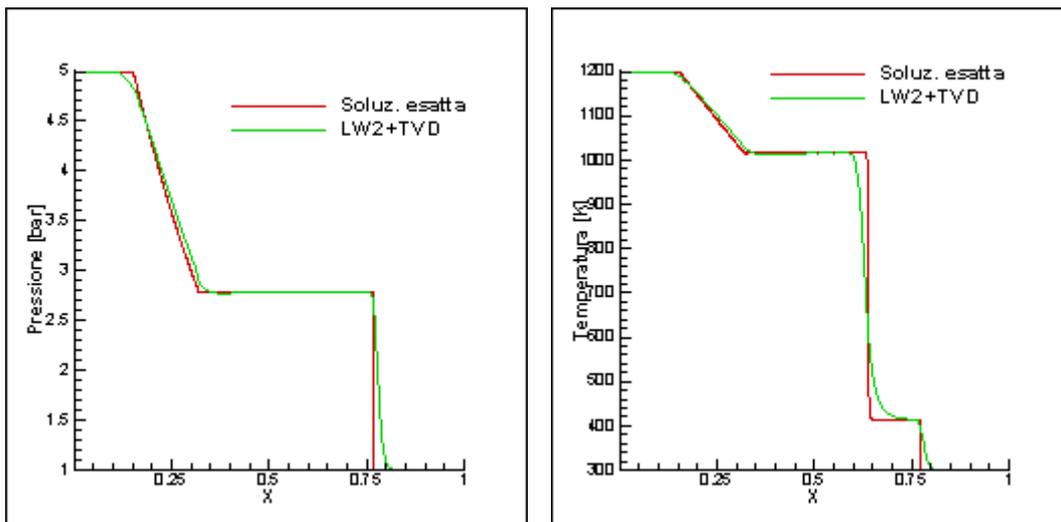


fig. 3.3 e3.4 Confronto tra la soluzione esatta e il risultato ottenuto con il metodo 'Two Step Lax-Wendroff+TVD per l'andamento della pressione e della temperatura.

### 3.1 Condizioni al contorno

Ogni condotto ha due estremità e per ognuna di esse è necessario implementare un modello in grado di calcolare le variabili fluidodinamiche necessarie alla conduzione di una simulazione.

Sfortunatamente però lo schema presentato precedentemente non è in grado di poter risolvere il problema, in quanto, essendo al secondo ordine, ha bisogno della conoscenza di informazioni oltre che del nodo in esame, anche di 2 nodi adiacenti: nel caso delle estremità di un condotto questo non è possibile poiché si ha a disposizione soltanto 1 nodo, ossia all'esterno del condotto non è possibile fare alcuna ipotesi con il modello sopra esposto.

La soluzione migliore quindi è utilizzare un modello al primo ordine e andare lungo la "caratteristica" in modo tale da poter fornire tutte informazioni necessarie alla chiusura del problema.

I casi analizzati in questa sede sono:

- Estremità chiusa :l'esempio è il caso dell'estremità dei condotti che si affacciano sul cilindro nel momento in cui le valvole sono chiuse;
- Estremità parzialmente aperta: l'esempio è il caso dei condotti sopra menzionati quando però le valvole sono aperte. Lo stesso modello si usa però anche per l'interfaccia condotto-ambiente, in quanto la sezione effettiva di passaggio del gas non è quella geometrica, ma minore e eguale al prodotto della sezione stessa per un coefficiente di efflusso.

Si possono poi distinguere due casi:

- moto dal condotto verso il cilindro;
- moto dal cilindro verso il condotto.

Di seguito verranno analizzati tutti questi casi presentando anche un metodo al primo ordine per i condotti di aspirazione e scarico.

### 3.2 Metodo CIR

Tralasciando la derivazione di tali relazioni (che sono riportate in [17]) si riportano le equazioni di compatibilità lungo le linee caratteristiche:

$$\frac{1}{\rho \cdot a} \cdot dp \pm du + \frac{1}{\rho \cdot a} \cdot (\Delta_1 + \Delta_2 \pm \Delta_3) \cdot dt = 0 \quad ; \quad (3.6)$$

lungo la caratteristica  $\frac{dx}{dt} = u \pm a$  ;

$$dp - a^2 \cdot d\rho + \Delta_1 \cdot dt = 0 \quad ; \quad (3.7)$$

lungo la caratteristica  $\frac{dx}{dt} = u$ ;

con

p: pressione [Pa];

$\rho$ : densità [Kg/m<sup>3</sup>];

a : velocità del suono ;

$$\Delta_1 = -(\gamma - 1) \cdot \rho \cdot (Q + u \cdot G) \quad ; \quad (3.8)$$

$$\Delta_2 = \frac{a^2 \cdot \rho \cdot u}{A} \cdot \frac{dA}{dx}; \quad (3.9)$$

$$\Delta_3 = \rho \cdot a \cdot G;$$

(3.10)

e Q , G sono rispettivamente il termine relativo allo scambio termico e alle perdite per attrito.

Il metodo CIR discretizza le precedenti equazioni nella seguente maniera:

$$\frac{1}{\rho_L^n \cdot a_L^n} \cdot (P_i^{n+1} - P_L^n) + (u_i^{n+1} - u_L^n) + \frac{1}{\rho_L^n \cdot a_L^n} \cdot [\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3]_L^n \cdot \Delta t = 0 \quad (3.11)$$

$$\frac{1}{\rho_R^n \cdot a_R^n} \cdot (P_i^{n+1} - P_R^n) - (u_i^{n+1} - u_R^n) + \frac{1}{\rho_R^n \cdot a_R^n} \cdot [\Delta_1 + \Delta_2 - \Delta_3]_R^n \cdot \Delta t = 0 \quad (3.12)$$

$$(P_i^{n+1} - P_S^n) - a_S^{n2} \cdot (\rho_i^{n+1} - \rho_S^n) + [\Delta_1]_S^n \cdot \Delta t = 0. \quad (3.13)$$

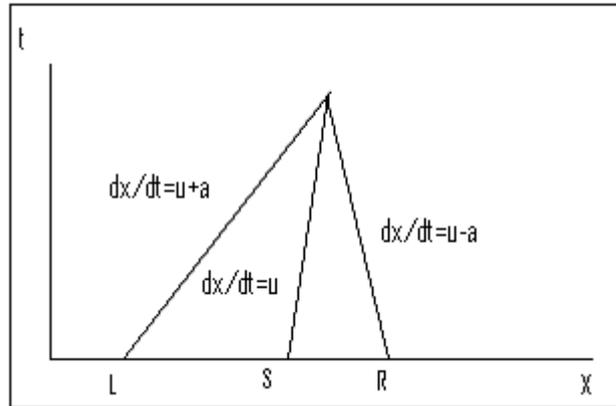


fig. 3.5 Rappresentazione grafica delle linee caratteristiche

Le variabili ai punti L,S,R vengono calcolati per interpolazione lineare.

Per una estremità in cui il gas fuoriesce, sono determinate però soltanto 2 delle 3 linee caratteristiche, mentre per il caso opposto soltanto una: è necessario quindi fare altre ipotesi, poiché le incognite del problema sono almeno 3 (Pressione, velocità, densità).

Per ogni singola tipologia di estremità si faranno quindi ulteriori ipotesi per la chiusura del problema.

### 3.3 Estremità chiusa

La caratteristica principale di questo tipo di estremità è che nel nodo di estremità la velocità è nulla:

$$u_i^{n+1} = 0. \quad (3.14)$$

Fisicamente avviene che le onde di pressione che arrivano ad una estremità di questo tipo, vengono rimbaltate allo stesso modo in cui un pallone va contro un muro: in breve l'onda riflessa è dello stesso tipo dell'onda incidente

Il problema si risolve in modo molto semplice applicando le 3.11 e la 3.13 ottenendo:

$$P_i^{n+1} = P_L^n + \rho_L^n \cdot a_L^n \cdot \left( u_L^n - \frac{1}{\rho_L^n \cdot a_L^n} \cdot [\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3]_L^n \cdot \Delta t \right) \quad (3.15)$$

e

$$\rho_i^{n+1} = \frac{(P_i^{n+1} - P_S^n + \Delta_1]_S^n)}{a_S^{n2}} + \rho_S^n \quad (3.16)$$

### 3.4 Estremità parzialmente aperta (da condotto a cilindro)

Questo estremo è ad esempio il caso dell'aspirazione nel motore a combustione interna, oppure dell'interfaccia tra condotto e turbina per un motore turbocompresso. Le incognite di questo problema sono 6: tre relative al condotto e tre alla strozzatura, nell'ipotesi che le condizioni nel cilindro siano note

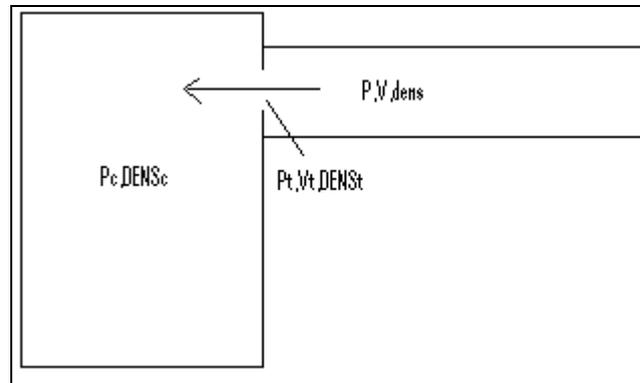


fig. 3.6 Rappresentazione schematica dell'aspirazione di un motore a combustione interna.

Le equazioni che si utilizzano per la soluzione del problema sono diverse in base al tipo di flusso. Si distinguono infatti 2 tipi di flusso: quello subsonico e quello sonico.

### Caso subsonico

Le equazioni che si utilizzano sono:

1. Energia tra condotto e strozzatura:

$$\frac{P_t}{\rho_t} \cdot \left( \frac{\gamma}{\gamma-1} \right) + \frac{1}{2} \cdot u_t^2 = \frac{P}{\rho} \cdot \left( \frac{\gamma}{\gamma-1} \right) + \frac{1}{2} \cdot u^2 \quad (3.17)$$

2. Continuità tra condotto e strozzatura:

$$\rho \cdot u \cdot A = \rho_t \cdot u_t \cdot A_t \quad (3.18)$$

3. espansione isentropica passando dal condotto alla strozzatura:

$$\frac{P}{P_t} = \left( \frac{\rho}{\rho_t} \right)^\gamma \quad (3.19)$$

4. Nessun recupero di pressione nel passaggio dalla strozzatura al cilindro:

$$P_t = P_c \quad (3.20)$$

A questo punto mancano due equazioni e si utilizzano quelle del metodo CIR: la 3.11 e la 3.13

$$5. \frac{1}{\rho_L^n \cdot a_L^n} \cdot (P_i^{n+1} - P_L^n) + (u_i^{n+1} - u_L^n) + \frac{1}{\rho_L^n \cdot a_L^n} \cdot [\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3]_L^n \cdot \Delta t \quad (3.21)$$

$$6. (P_i^{n+1} - P_S^n) - a_S^{n2} \cdot (\rho_i^{n+1} - \rho_S^n) + [\Delta_1]_S^n \cdot \Delta t. \quad (3.22)$$

Il problema si può ridurre fino a farlo diventare un sistema 3x3 con incognite  $\rho, u, P$  ed è molto stabile, cosicché può essere inserito all'interno di un modello di simulazione di un motore ad accensione comandata.

### Caso Sonico

Nel caso sonico alla strozzatura si ha che la velocità  $u_t$  non è più una incognita, ma sarà uguale a:

$$u_t = a_t \quad (3.23)$$

ed anche che la pressione alla strozzatura non sarà più uguale a quella del cilindro, quindi al sistema precedente si toglierà l'equazione 3.20 che verrà sostituita con 3.23.

Tutto questo viene inserito all'interno di una unica routine che risolve il sistema di equazioni, il quale deve anche monitorare se il flusso sia sonico o subsonico.

Il metodo di soluzione adottato è il metodo Newton-Raphson al sistema 3x3 prima accennato. Con il Metodo delle Caratteristiche lo stesso problema si riduceva ad una equazione non lineare.

## Alcuni esempi

In questo paragrafo si riportano alcuni risultati del modello implementato per il calcolo dell'aspirazione (flusso da condotto a cilindro).

Le condizioni iniziali del sistema sono:

Diametro del condotto: 30 mm.

Rapporto tra le sezioni (cioè tra la sezione del condotto e quella della strozzatura): 0.8.

Pressione iniziale nel condotto: 1 bar

Temperatura iniziale condotto: 600 K

Velocità iniziale nel condotto: 0 m/s

Temperatura nel cilindro 1200 K.

La simulazione viene fatta al variare della pressione nel cilindro da 0.1 a 1 bar.

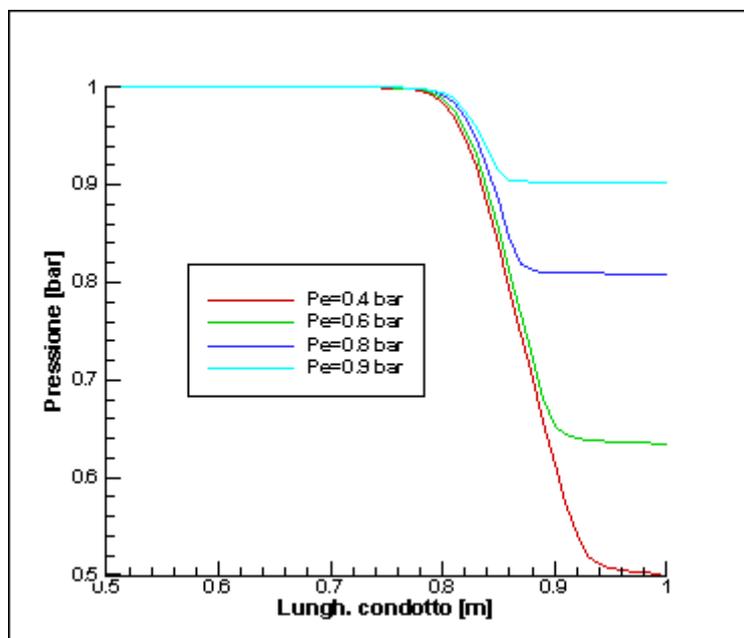


fig. 3.7 Andamento lungo il condotto della pressione per diversi valori della pressione esterna

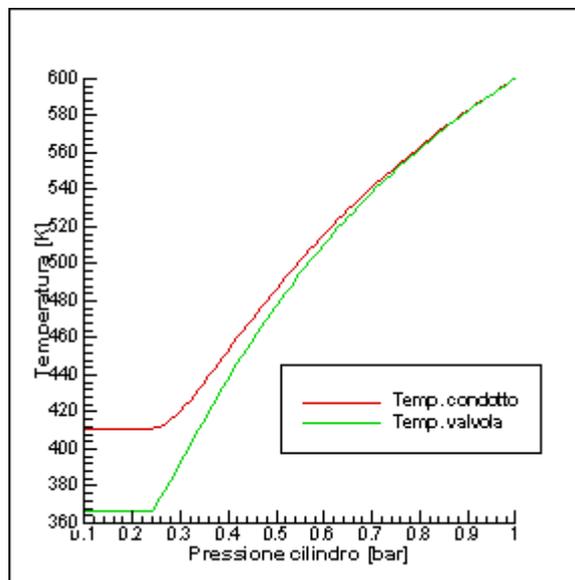
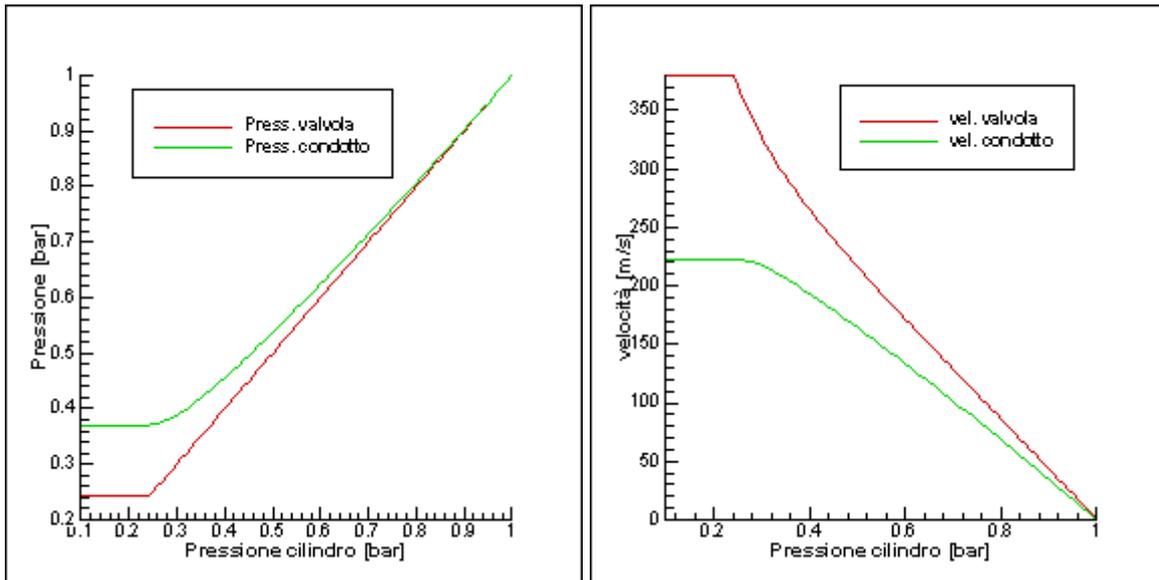


fig. 3.8,3.9,3.10 Andamento nel nodo di estremità delle principali variabili termodinamiche al variare della pressione esterna nel caso di un efflusso da un condotto.

### 3.6 Estremità parzialmente aperta (da cilindro a condotto)

Questo è il caso dello scarico in un motore a combustione interna, oppure di una estremità del condotto di aspirazione (quello in contatto con l'ambiente) qualora se ne conosca il coefficiente di efflusso.

I casi da esaminare in questo tipo di problema sono 3:

1. Caso subsonico
2. Caso sonico alla strozzatura
3. Caso sonico alla strozzatura ed anche nel condotto.

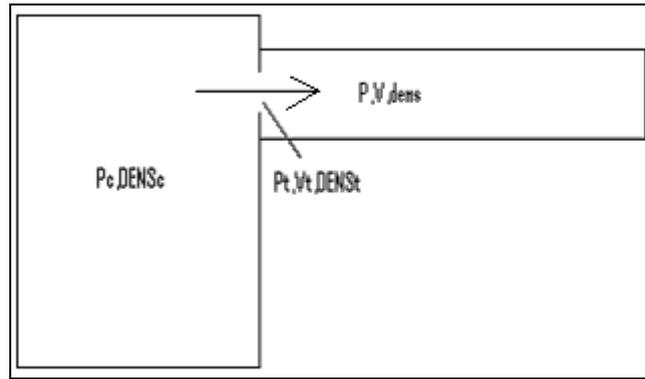


fig. 3.11 Rappresentazione schematica dello scarico di un motore a combustione interna

## Caso sub-sonico

Le equazioni che si usano per risolvere il problema sono:

1. Conservazione dell'energia tra cilindro e condotto:

$$\frac{P_c}{\rho_c} \cdot \left( \frac{\gamma}{\gamma-1} \right) = \frac{P}{\rho} \cdot \left( \frac{\gamma}{\gamma-1} \right) + \frac{1}{2} \cdot v^2 \quad (3.24)$$

2. Conservazione dell'energia tra cilindro e strozzatura:

$$\frac{P_c}{\rho_c} \cdot \left( \frac{\gamma}{\gamma-1} \right) = \frac{P_t}{\rho_t} \cdot \left( \frac{\gamma}{\gamma-1} \right) + \frac{1}{2} \cdot v_t^2 \quad (3.25)$$

Continuità tra condotto e strozzatura:

3.  $\rho \cdot u \cdot A = \rho_t \cdot u_t \cdot A_t$   
(3.26)

4. Espansione isentropica tra cilindro e strozzatura:

$$\frac{P_c}{P_t} = \left( \frac{\rho_c}{\rho_t} \right)^\gamma \quad (3.27)$$

5. L'equazione (2.2.6) del metodo CIR (si dispone di una sola caratteristica in quanto quella relativa al moto del fluido, la 'path-line' non esiste)

$$\frac{1}{\rho_L^n \cdot a_L^n} \cdot (P_i^{n+1} - P_L^n) + (u_i^{n+1} - u_L^n) + \frac{1}{\rho_L^n \cdot a_L^n} \cdot [\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3]_L^n \cdot \Delta t \quad (3.28)$$

6. Conservazione della quantità di moto:

$$A \cdot (P_t - P) + \rho \cdot u \cdot A \cdot (u_t - u) = 0 \quad (3.29)$$

in alternativa (per semplificare un po' il problema si può imporre che non ci sia recupero di pressione tra strozzatura e condotto:

$$P = P_t \quad (3.30)$$

Questo sistema di sei equazioni in sei incognite è possibile ridurlo a un sistema 4x4 nel caso che si utilizzi la 3.29 oppure 3x3 se si utilizza la 3.30. Si ritiene sia più accurato il primo tipo in quanto tiene conto anche del recupero di pressione dopo la strozzatura. Le incognite sono

sempre le  $\rho, u, P$  ed in più per il primo caso anche la pressione alla strozzatura  $P_t$ . In genere la scelta di adottare l'ipotesi di conservazione della quantità di moto o di pressione costante è influenzata anche dal tipo di mappe di coefficienti di efflusso che si ha a disposizione: utilizzando quelle di Blair [1] è necessario usare la prima.

### Caso sonico alla strozzatura

Nel caso sonico la velocità del gas alla strozzatura è uguale a quella del suono e tale relazione andrà inserita al posto della 3.29 o della 3.30:

$$u_t = a_t \quad (3.31).$$

### Caso sonico nel condotto

Nel caso in cui la velocità nel condotto raggiunga la velocità del suono a questo punto l'equazione caratteristica 3.11 non è più valida e la si sostituisce con

$$u = a \quad (3.32)$$

ed il problema è chiuso.

Tutti e tre i casi devono essere messi all'interno di un unico ciclo iterativo e vanno monitorate le velocità alla strozzatura e quella nel condotto così che possano essere applicate le equazioni più idonee alla risoluzione del problema.

Il sistema nel complesso è stabile e può essere inserito all'interno di un codice di simulazione di un motore ad accensione comandata.

### Alcuni esempi

In questo paragrafo si riportano alcuni risultati del modello implementato per il calcolo dell'aspirazione (flusso da cilindro a condotto).

Le condizioni iniziali del sistema sono:

Diametro del condotto: 30 mm.

Rapporto tra le sezioni (cioè tra la sezione del condotto e quella della strozzatura): 0.8.

Pressione iniziale nel condotto: 1 bar

Temperatura iniziale condotto: 600 K

Velocità iniziale nel condotto: 0 m/s

Temperatura iniziale nel cilindro 1200 K.

La simulazione viene fatta al variare della pressione nel cilindro da 1 a 10 bar.

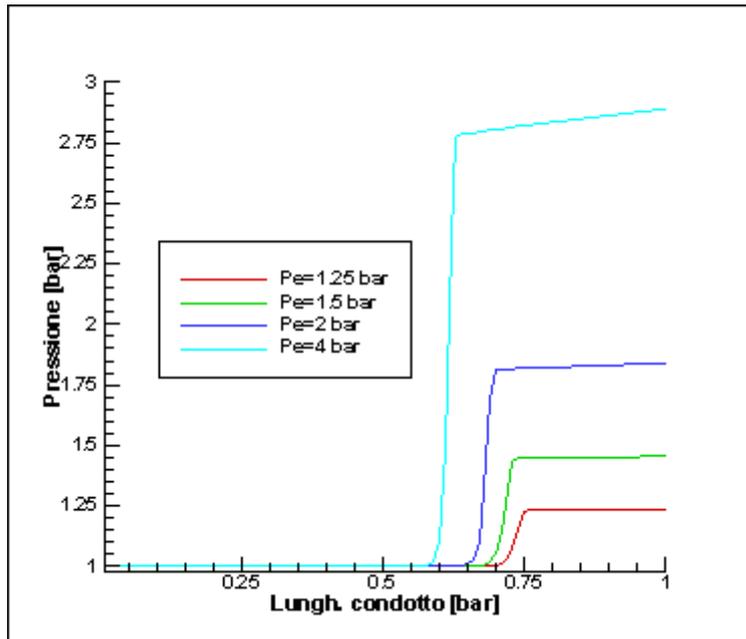
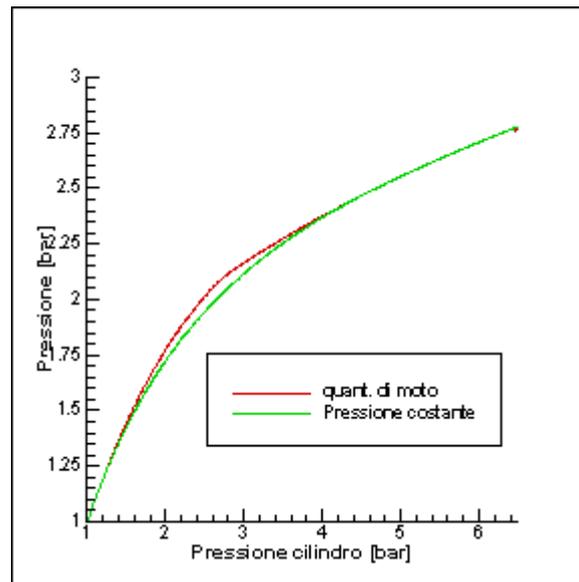
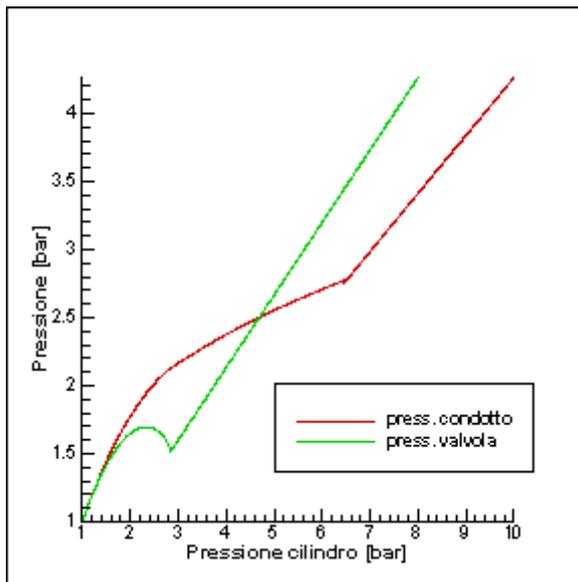


fig. 3.12 Andamento lungo il condotto della pressione per diversi valori della pressione esterna.



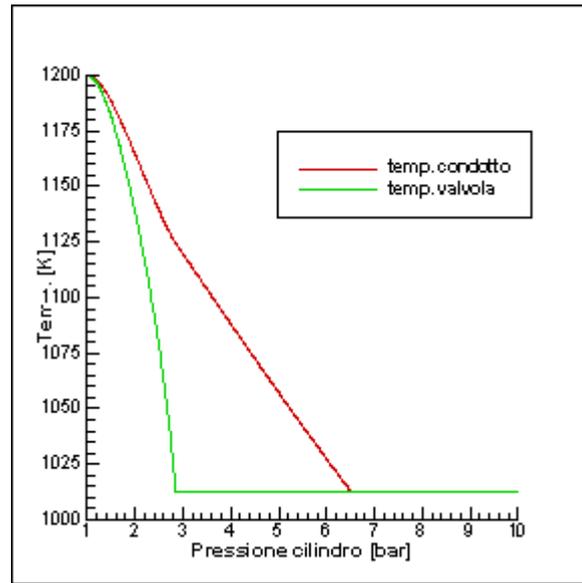
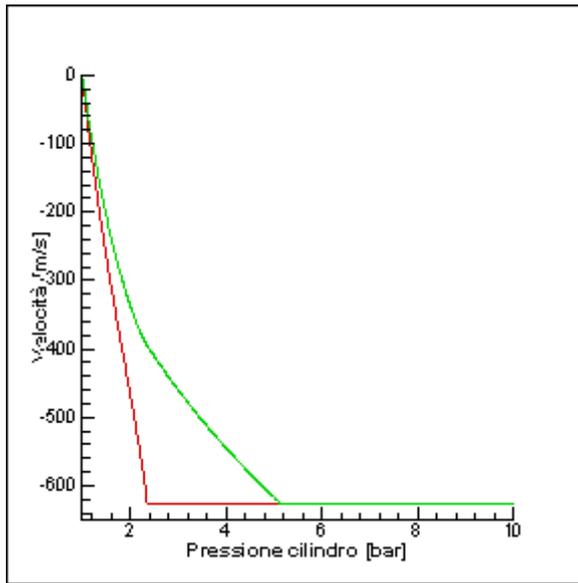


figure. 3.13, 3.14, 3.15 e 3.16 Andamento nel nodo di estremità delle principali variabili termodinamiche al variare della pressione esterna nel caso di un efflusso da un cilindro.

## 4. Ulteriori considerazioni

Le problematiche rimanenti che devono essere affrontate per il completamento di un modello di simulazione di un motore a 4 tempi sono:

- calcolo delle perdite meccaniche per attrito;

Per la stima delle perdite per attrito si utilizza la seguente relazione [1]:

$$F_{mep} = 100000 + 350 \cdot S \cdot rpm \quad [pa]$$

per  $V_{Tot} > 500 \text{ cm}^3$  (4.1)

altrimenti

$$F_{mep} = 100000 + 100 \cdot (500 - V_{Tot}) + 350 \cdot S \cdot rpm \quad [pa] \quad .$$

- legge di alzata delle valvole di aspirazione e scarico;

Si utilizza un profilo suddiviso in 5 parti ognuno dei quali è approssimato da un polinomio di terzo grado come riportato in Blair [1]. In alternativa si è usato anche il profilo polinomiale del tipo:

$$y = L - (a \cdot \theta^2 + cp \cdot \theta^p + cq \cdot \theta^q + cr \cdot \theta^r + cs \cdot \theta^s)$$

(4.2)

- Mappe dei coefficienti di efflusso:

I coefficienti di efflusso per una sezione dipendono sia dalla conformazione geometrica del sistema (ad esempio l'alzata della valvola), sia dal rapporto tra le pressioni a monte e a valle. Le mappe tridimensionali utilizzate sono quelle di Blair [1].

- Detonazione:

Per stabilire se il motore è in condizioni di detonare, questo può essere visto utilizzando una semplice relazione empirica del tipo Arrhenius [10]:

$$\tau [ms] = 0.3644 \cdot \left(\frac{NO}{100}\right)^{0.3402} \cdot P^{-1.7} e^{\left(\frac{3800}{T}\right)}$$

(4.3)

con la pressione in MPa e la temperatura in Kelvin.

Tale equazione viene integrata nella seguente maniera:

$$I = \int_0^{t_f} \frac{dt}{\tau} < 1$$

(4.4)

e se il valore dell'integrale è maggiore di 1, allora si è in condizioni di detonazione.

## 5. Risultati

I modelli sopra presentati sono stati applicati allo studio di un motore monocilindrico da competizione della moto da cross Yamaha YZ400. I dati di ingresso di tale motore sono stati reperiti da [19] ed i risultati sono stati poi confrontati sia con i dati sperimentali che con quelli ottenuti dagli autori dello stesso articolo.

In realtà il motore in esame è stato semplificato eliminando sia il silenziatore allo scarico che il filtro all'aspirazione, ed è stato testato con un sistema di scarico riportato in figura 5.2.

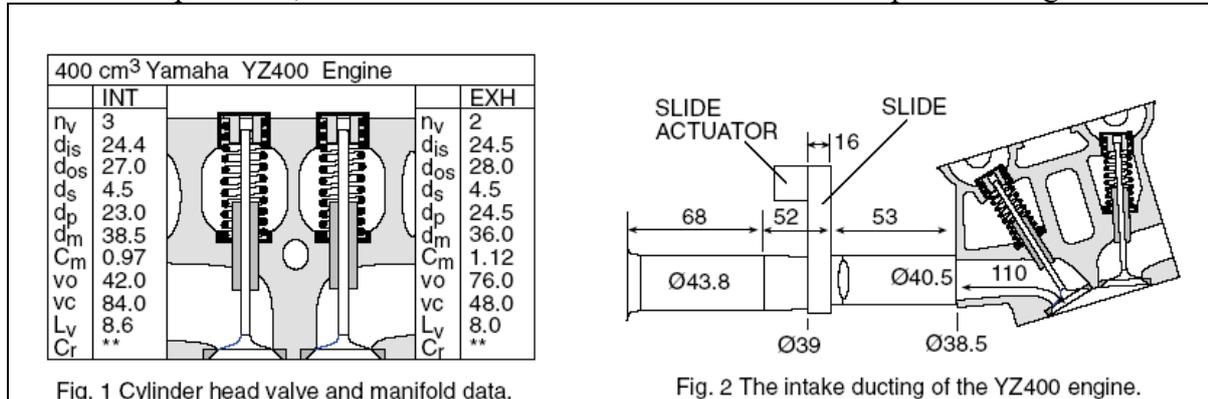


Fig. 1 Cylinder head valve and manifold data.

Fig. 2 The intake ducting of the YZ400 engine.

fig. 5.1 dati geometrici di ingresso del motore in esame.

Un altro fattore da tener conto è che non si dispone di dati sperimentali di calibrazione ulteriori rispetto a quelli riportati nel suddetto articolo cosa che sicuramente è a disposizione degli autori (coefficienti di Wiebe, coeff. relativi allo scambio termico, mappe dei coefficienti di efflusso, temperature dei pareti dei condotti ecc.).

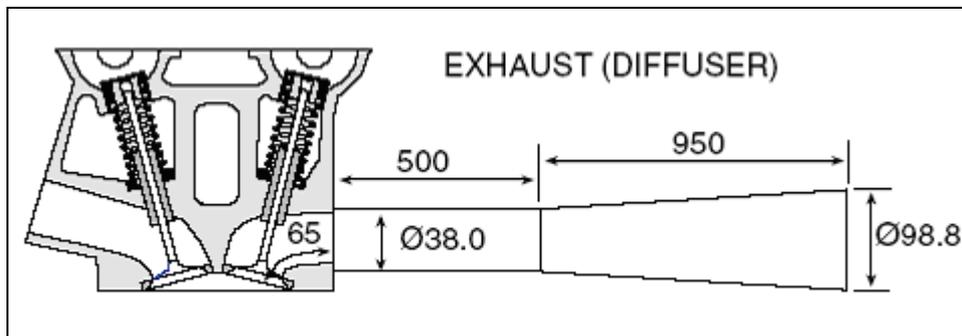
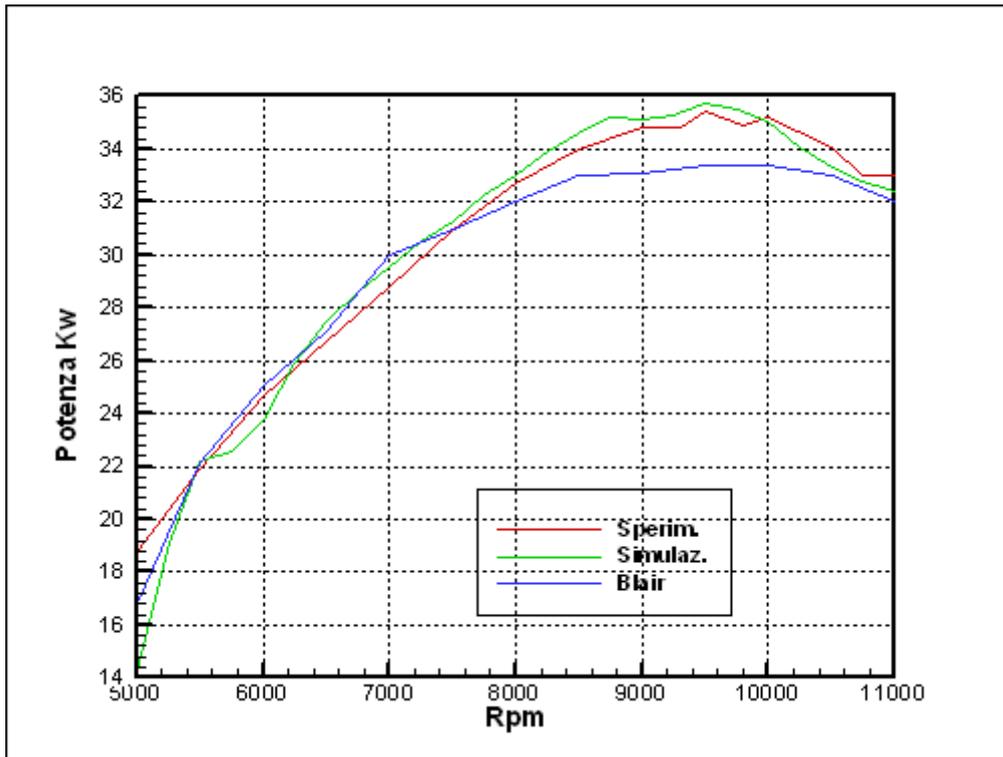


fig. 5.2 Dati geometrici di ingresso relativi al sistema di scarico.

In più poi bisogna dire che i dati sperimentali sono stati ottenuti con un banco prova inerziale, affetto da un errore che secondo gli autori si aggira intorno al 4%, per cui tali risultati non sono da ritenersi "esatti".



*fig. 5.3 Andamento della potenza al variare del numero di giri per il motore Yamaha YZ400 riportato in figure 5.1 e 5.2.*

Il grafico di figura 5.3 riporta l'andamento della potenza al variare del numero di giri ottenuti con il modello sopra presentato confrontato con i risultati ottenuti da Blair [19] e con quelli ottenuti al banco.

Come si può vedere i risultati del modello di simulazione sono in linea con quelli sperimentali e sono più o meno simili a quelli ottenuti da Blair.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] Gordon P. Blair , “ *Design and simulation of four stroke engines* “ , SAE International (1998) .
- [2] Ivan Arsie , Cesare Pianese, Gianfranco Rizzo, “ *Models for the Predictions of Performance and Emissions in a Spark Ignition Engine – A Sequentially Structured Approach* “ , SAE paper 980779 (1998).
- [3] Stephen G. Poulos , John B. Heywood , “ *The Effect of Chamber Geometry on Spark-Ignition Engine Combustion* “ ,SAE paper 830334 (1983).
- [4] J.I. Ramos , “ *Internal Combustion Engine Modeling* “ , Hemisphere Publishing Corporation (1989).
- [5] John B. Heywood , “ *Internal Combustion Engine Fundamentals* “ , McGraw-Hill (1988) .
- [6] Colin R. Ferguson , “ *Internal Combustion Engines* “ , John Wiley & Sons (1986).
- [7] Gordon P. Blair , “ *Design and simulation of two stroke engines* “ , SAE International (1995) .
- [8] Rodney J. Tabaczynski, Frederick H. Trinker, Ben A. S. Shannon , “ *Further Refinement and Validation of a Turbulent Flame Propagation Model for Spark-Ignition Engines* “ , Combustion and Flame 39 ;111-121 (1980).
- [9] R. S. Benson , W.J.D. Annand, P.C. Baruah , “ *A Simulation Model Including Intake and Exhaust Systems for a Single Cylinder Four-Stroke Cycle Spark Ignition Engine* “ , Int. J. mech. Sci. (1974).
- [10] Giancarlo Ferrari , “ *Motori a Combustione Interna* “ , Edizioni Il capitello (1996)
- [11] Maher Abdul-Resul Sadiq Al-Baghdadi , “ *A Computer Programme for Simulating a Single Cylinder Four-Stroke Cycle Spark Ignition Engines* “ .
- [12] W.J.D. Annand , “ *Geometry of Spherical Flame Propagation in a Disc-Shaped Combustion Chamber* “ , Journal of Mechanical Engineering Science 12(2) pp.146-149 (1970).
- [13] Franco Rispoli , “ *Appunti integrativi di Motori a combustione interna volumetrici* “ , DMA ‘La Sapienza’.
- [14] M. Methghalchi ,J.C. Keck , “ *Laminar Burning Velocity of Propane-Air*

- Mixtures at High Temperature and Pressure* “ , Combustion and Flame 38 :143-154 (1980).
- [15] S. Pischinger , John B. Heywood , “ *A model for Flame Kernel Development in a Spark-Ignition Engine* “ , 23<sup>rd</sup> Symposium (Int'l) on Combustion , pp. 1033-1040 (1990) .
- [16] M. Methgalchi , J. C. Keck , “ *Burning Velocities of Air with Methanol, Isooctane and Indolene at High Pressure and Temperature* “ , Combustion and Flame 48 : pp. 191-210 (1982).
- [17] D. E. Winterbone ,” *Theory of Engine Manifold Design* “ , Professional Engineering Publishing, 2000
- [18] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling ,B. P. Flannery, “*Numerical Recipes in Fortran 77 : The art of Scientific Computing*” ,www.nr.com 1986
- [19] G.P. Blair ,D.O. Mackey, M.C. Ashe ,G.F. Chatfield, “ *Exhaust tuning of Four Stroke Engine; experimental and simulation*” , SAE paper 2001-01-1797/4218,
- [20] Chuanli Liu, Deming Jiang, Tomio Obokata, “ *A Simplified Turbulence model for in-cylinder gas flow in quasi-dimensional turbulence combustion for spark ignition engines*” , SAE paper 2000-08-2803
- [21] Seiko Kono,Hiroaki Motooka,Akihito Nagao , “*Prediction of Combustion in Spark Ignition Engines by Simulation Model* “ , International Symposium COMODIA 94 (1994).